2017

SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DIRECCIÓN GENERAL DEL BACHILLERATO
CENTRO DE ESTUDIOS DEL BACHILLERATO 4/2
LIC. JESUS REYES HEROLES

Guía para elaborar el

PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO DE

Calculo Diferencial

Válido para el periodo de Exámenes Intrasemestrales 2017-B

:

IMPORTANTE:

- **ES OBLIGATORIO PRESENTAR ESTA GUÍA CONTESTADA PARA TENER DERECHO A PRESENTAR EL EXAMEN EXTRAORDINARIO.**

- **La guía deberá presentarse contestada en un cuaderno profesional cuadro grande.**

CEB 4/2 LIC. JESUS REYES HEROLES
Semestre “B”

PRESENTACIÓN

Dentro del marco de la Reforma Educativa en la Educación Básica y Media Superior, la Dirección General del Bachillerato incorporó en su plan de estudios los principios básicos de la Reforma Integral de la Educación Media Superior, (RIEMS) cuyos propósitos son fortalecer y consolidar la identidad de este nivel educativo, en todas sus modalidades y subsistemas; proporcionar una educación pertinente y relevante al estudiante que le permita establecer una relación entre la escuela y su entorno; y facilitar el tránsito académico del estudiantado entre los subsistemas y las escuelas.

Para contribuir al logro de las finalidades anteriores y contribuir al apoyo en el egreso de los estudiantes, la Dirección General del Bachillerato se ha dado a la tarea de llevar a cabo acciones y desarrollar herramientas que incrementen la aprobación en periodos extraordinarios, fortaleciendo, aclarando y desarrollando las competencias establecidas dentro del plan de estudios de la asignatura.

A continuación te presentamos la guía de la asignatura de Cálculo Diferencial. Esta asignatura tiene la finalidad de propiciar el desarrollo de la creatividad, el pensamiento lógico y crítico entre el estudiantado, mediante procesos de razonamiento, argumentación y estructuración de ideas que conlleven al despliegue de distintos conocimientos, habilidades, actitudes y valores, en la resolución de problemas matemáticos que en sus aplicaciones trasciendan el ámbito escolar, tal como se establece en las competencias disciplinares extendidas del campo de las matemáticas,

La asignatura de CÁLCULO DIFERENCIAL le permite al estudiante contar con una cultura matemática sólida, mediante la cual puede analizar cualitativa y cuantitativamente los diferentes fenómenos relacionados con la razón de cambio instantánea y promedio lo que permitirá dar soluciones a problemas del contexto real del estudiante al facilitarle la formulación de modelos matemáticos de problemas financieros, económicos, químicos, ecológicos, físicos y geométricos y la resolución de problemas de optimización. Además, proporciona herramientas para el desarrollo individual y social del individuo.

En el Cálculo Diferencial la aplicación de los teoremas esenciales propicia en el alumnado una evolución en sus capacidades de abstracción y razonamiento que con lleva a una madurez matemática, misma que le será de utilidad en sus estudios superiores.

La presente guía es una invaluable herramienta elaborada a partir de los objetivos de aprendizaje y desempeños a lograr que maneje el programa de estudios respectivo a la asignatura. Presenta un enfoque práctico dividió en 4 bloques, cada bloque contiene problemas resueltos paso a paso, listas de ejercicios propuestos con sus respectivas respuestas para verificar resultados además presenta una bibliografía con datos de libros y páginas web para que los alumnos puedan aclarar dudas, buscar conceptos o ejercicios de práctica.

COMPETENCIAS A DESARROLLAR

COMPETENCIAS GENÉRICAS

1. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
2. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
3. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
4. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
5. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.
6. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.

COMPETENCIAS DISCIPLINARES EXTENDIDAS DEL CAMPO DE MATEMÁTICAS

COMPETENCIAS DISCIPLINARIAS	BLOQUE			
	I	II	III	IV
1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales	X	X	X	X
2. Formula y resuelve problemas matemáticos aplicando diferentes enfoques.	X	X	X	X
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.	X	X	X	X
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.	X	X	X	X
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.	X	X	X	X
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.		X	X	X
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno y argumenta su pertinencia.		X	X	X
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.				

TEMARIO

BLOQUE I ARGUMENTAS EL ESTUDIO DEL CÁLCULO MEDIANTE EL ANÁLISIS DE SU EVOLUCIÓN, SUS MODELOS MATEMÁTICOS Y SU RELACIÓN CON HECHOS REALES
Objetivos de aprendizaje
Evolución del Cálculo

- HISTORIA Y EVOLUCIÓN DEL CALCULO

BLOQUE II. RESUELVES PROBLEMAS DE LÍMITES EN SITUACIONES DE CARÁCTER ECONÓMICO, ADMINISTRATIVO, NATURAL Y SOCIAL.
Objetivos de aprendizaje
Los límites: su interpretación en una tabla, en una grafica y su aplicación en funciones algebraicas.
El cálculo de límites en funciones algebraicas

- TEOREMAS DE LOS LIMITES Y SUS APLICACIONES
- LIMITES UNILATERALES
- LIMITES AL INFINITO
- FUNCIONES CONTINUAS Y TIPOS DE DISCONTINUIDAD
- LIMITES Y CONTINUIDAD INTERPRETADOS EN UNA GRAFICA
- PROBLEMAS DE APLICACIÓN DE LOS LIMITES

BLOQUE III. CALCULAS, INTERPRETAS Y ANALIZAS RAZONES DE CAMBIO EN FENÓMENOS NATURALES, SOCIALES, ECONÓMICOS y ADMINISTRATIVOS
Objetivos de aprendizaje
La variación de un fenómeno a través del tiempo.
La velocidad, la rapidez y la aceleración de un móvil en un periodo de tiempo.

- DEMOSTRACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA Y NOTACIÓN DE LA DERIVADA
- FORMULAS PARA DERIVAR FUNCIONES ALGEBRAICAS Y SUS APLICACIONES
- FORMULAS PARA DERIVAR FUNCIONES TRASCENDENTALES Y SUS APLICACIONES

- REGLA DE LA CADENA Y SUS APLICACIONES

BLOQUE IV. CALCULAS E INTERPRETAS MÁXIMOS Y MÍNIMOS APLICADOS A PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN
Objetivos de aprendizaje
Producciones, máximos y mínimos.
Variaciones en las producciones, máximos y mínimos relativos.

- APLICACIONES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE VELOCIDAD Y ACELERACIÓN
- CRITERIO DE LA PRIMERA DERIVADA. CALCULO DE PUNTOS MÁXIMOS Y MÍNIMOS, INTERVALOS CRECIENTES Y DECRECIENTES

BLOQUE I ARGUMENTAS EL ESTUDIO DEL CÁLCULO MEDIANTE EL ANÁLISIS DE SU EVOLUCIÓN, SUS MODELOS MATEMÁTICOS Y SU RELACIÓN CON HECHOS REALES

Desempeños del estudiante al concluir el bloque

Reconoce el campo de estudio del Cálculo Diferencial, destacando su importancia en la solución de modelos matemáticos aplicados a situaciones cotidianas.

HISTORIA Y EVOLUCIÓN DEL CÁLCULO

Investiga los siguientes temas. Te puedes apoyar en la bibliografía anexa al final de la guía

1. Mencione el significado de la palabra cálculo.
2. ¿Qué bases dieron origen al cálculo diferencial?
3. Elabora una línea del tiempo donde muestres a los personajes que contribuyeron al descubrimiento del cálculo. En la cúspide de la pirámide debe estar Newton y Leibniz
4. ¿Cómo ayudo la geometría analítica el descubrimiento del cálculo?
5. ¿Por qué crees que el cálculo se considera como las matemáticas en movimiento?
6. Describa la aportación de GOTTFRIED LEIBNIZ al cálculo diferencial.
7. Explique los razonamientos de ISAAC NEWTON sobre el método de las fluxiones.
8. En sus comienzos el cálculo fue desarrollado para estudiar cuatro problemas científicos y matemáticos:
9. ¿Cuál es la diferencia entre los trabajos de Newton y de Leibniz?
10. ¿Por qué consideras tan importante el descubrimiento del cálculo?

BLOQUE II. RESUELVES PROBLEMAS DE LÍMITES EN SITUACIONES DE CARÁCTER ECONÓMICO, ADMINISTRATIVO, NATURAL Y SOCIAL.

Desempeños del estudiante al concluir el bloque

Aplica el concepto de límite a partir de la resolución de problemas económicos, administrativos, naturales y sociales de la vida cotidiana.

Calcula límites a partir de la elaboración de gráficas en derive y su interpretación de las representaciones gráficas de funciones, mostrando habilidades en la resolución de problemas de situaciones cotidianas.

Investiga los siguientes temas. Te puedes apoyar en la bibliografía anexa al final de la guía

1.- ¿Qué es un límite?

2.-¿Cuál es la notación para el límite?

3.- ¿Cuántos tipos de límites existen?

4.-¿A que se le llama limites unilaterales?

5.-¿Cuándo un límite existe?

6.-Enlista los teoremas de los limites 7.-

¿Cuándo una función es continua

8.-¿Cuáles son los tipos de discontinuidades que existen?

TEOREMA DE LOS LÍMITES Y SUS APLICACIONES

PROBLEMAS RESUELTOS

1.-Encuentra el limite indicado

$$\lim_{x \to 3} 4x^2 + x - 6$$

Paso 1, Para resolver el limite debes aplicar los teoremas, los cuales de manera resumida indican que para encontrar el limite solo es necesario sustituir en x el valor al cual se acerca

$$\lim_{x \to 3} 4x^2 + x - 6 = 4(3)2+3-6$$

Paso 2 Realiza las operaciones

$$\lim_{x \to 3} 4x^2 + x - 6 = 4(3)^2+3-6=36+3-6$$

$$\lim_{x \to 3} 4x^2 + x - 6 =33$$

2.-Encuentra el limite indicado

$$\lim_{x \to 4} \frac{2}{x-4} = \frac{2}{4-4} = \frac{2}{0} = \infty$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Encuentra los siguientes limites

1) $\lim_{x \to -2} x^2 + 3x - 6$

2) $\lim_{x \to 4} \frac{2}{x-4}$

3) $\lim_{x \to 2} -10$

4) $\lim_{x \to 3} \sqrt{2x+6}$

5) $\lim_{x \to 0} \frac{|x|}{x}$

6) $\lim_{x \to 0} \frac{2x^2+7}{x}$

7) $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$

8) $\lim_{x \to 2} \pi$

9) $\lim_{x \to 0} \frac{6x}{5}$

10) $\lim_{x \to -1} 7x^2-8x$

LIMITES UNILATERALES

Dependiendo del sentido por el cual se acerque al valor de x tenemos el límite por la izquierda y el limite por la derecha

Limite por la derecha $\lim_{x\to c+} f(x)=L$ Límite por la izquierda $\lim_{x\to c-} f(x)=L$

Limite de la función $\lim_{x\to c} f(x)=L$

PROBLEMAS RESUELTOS

Encuentra los límites de izquierda y derecha de las siguientes funciones. Concluye sobre la existencia del límite y recuerda usar la notación correcta

1.- $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$

Paso 1. Elabora 2 tablas. Una de las tablas debe tener valores para x muy cercanos a 3 (Valor al que se acerca x) por la izquierda y la otra tabla valores que se acerquen por la derecha

LIMITE POR LA IZQUIERDA

$\lim_{x\to 3^-} \frac{x^2-9}{x-3}$

x	y
2.9	
2.99	
2.9999	
2.999999	

LIMITE POR LA DERECHA

$\lim_{x\to 3^+} \frac{x^2-9}{x-3}$

x	Y
3.1	
3.01	
3.0001	
3.000001	

Paso 2 Sustituye los valores de x de ambas tablas en la función para encontrar el valor de y

LIMITE POR LA IZQUIERDA

$\lim_{x\to 3^-} \frac{x^2-9}{x-3}$

LIMITE POR LA DERECHA

$\lim_{x\to 3^+} \frac{x^2-9}{x-3}$

x	y
2.9	5.9
2.99	5.99
2.9999	5.9999
2.999999	5.999999

x	Y
3.1	6.1
3.01	6.01
3.0001	6.001
3.000001	6.000001

Paso 3 Analiza los resultados, observa que pasa con el valor de y cuando x se acerca a 3. El resultado de los límites unilaterales es el valor al cual se acerca y cuando x se acerca a 3

$$\lim_{x\to 3^-} \frac{x^2-9}{x-3}=6 \qquad \lim_{x\to 3^+} \frac{x^2-9}{x-3}=6$$

Paso 4 Concluye sobre la existencia del limite. Si el resultado de los limites unilaterales son iguales el limite de la función existe

$$\lim_{x\to 3^-} \frac{x_2-9}{x-3} = \lim_{x\to 3^+} \frac{x^2-9}{x-3}=6$$ Por lo tanto $$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3}=6$$

2.- $1)\ \lim_{x\to 5} \frac{2}{x-5}$

LIMITE POR LA IZQUIERDA

$1)\ \lim_{x\to 5^-} \frac{2}{x-5}$

x	y
4.9	-20
4.999	-2000
4.99999	-200000
4.9999999	-20000000

LIMITE POR LA DERECHA

$1)\ \lim_{x\to 5^+} \frac{2}{x-5}$

X	Y
5.1	20
5.001	2000
5.00001	200000
5.0000001	20000000

Debido a que los límites unilaterales son infinitos el límite de la función no existe

$$\lim_{x\to 5} \frac{2}{x-5} = \text{No existe}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Encuentra los límites de izquierda y derecha de las siguientes funciones. Concluye sobre la existencia del límite y recuerda usar la notación correcta

1) $\lim_{x\to 4} \frac{2}{x-4}$

2) $\lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x}$

3) $\lim_{x\to -1} 7x^2-8x$

4) $\lim_{x\to 4} \frac{x^2-16}{x-4}$

5) $\lim_{x\to 0} \frac{6x}{5}$

LIMITES AL INFINITO

Encuentra el limite al infinito del las siguientes funciones

PROBLEMAS RESUELTOS

1) $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^3-5x+4x^4}{x^4+2}$

Paso 1. Observa la función y ubica la x de la mayor potencia

X^4

Paso 2. Divide la x de mayor potencia entre todos los términos de la función

1) $$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x^3}{x^4}-\frac{5x}{x^4}+\frac{4x^4}{x^4}}{\frac{x^4}{x^4}+\frac{2}{x^4}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2}{x}-\frac{5}{x^3}+4}{1+\frac{2}{x^4}}$$

Paso 3. Como x se acerca a un numero muy grande (infinito) entonces todos los términos divididos entre x^n son iguales a cero

1) $$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2}{x}-\frac{5}{x^3}+4}{1+\frac{2}{x^4}} = \lim_{x\to\infty} \frac{4}{1} = 4$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Encuentra el limite al infinito del las siguientes funciones

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^3-5x+x^4}{x^4+2}$

2) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2+8x-6}{x+3}$

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x+4x^2-6}{2x^2}$

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{7x-6}{3x+6x^5-2}$

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x-2}{2x}$

FUNCIONES CONTINUAS Y TIPOS DE DISCONTINUIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS

Una función es continua en a si cumplen las siguientes 3 condiciones

f(a) = c donde c es un numero real

$\lim\limits_{x\to a} f(x) = Existe$

f(a)= $\lim\limits_{x\to a} f(x)$

Si una de las 3 condiciones no se cumple, la función no es continua y puede presentar una discontinuidad de salto, infinita o evitable

Indica si la función es continua en el valor indicado o el tipo de discontinuidad que presenta

$f(x)\frac{2}{x-5}$ en x=5

Paso 1 Encontrar f(5)

$$f(x)\frac{2}{x-5} = \frac{2}{5-5} = \frac{2}{0}$$

Paso 2 Encontrar el limite

$$\lim_{x\to 5} \frac{2}{x-5} = \frac{2}{x-5} = \frac{2}{5-5} = \frac{2}{0}$$

Paso 3 Analiza los 2 pasos anteriores y revisa y los resultados existen y si son iguales

Los resultados en los 2 pasos son iguales sin embargo el resultado es infinito y por lo tanto no existe. La función no es continua en x=5, presenta una discontinuidad infinita.

EJERCICIOS PROPUESTOS

Indica si las funciones son continuas en el valor indicado o el tipo de discontinuidad que presenta

1) $f(x) = x \quad -5$ cuando x=3

2) $f(x) = \dfrac{x^2-16}{x-4}$ cuando x=4

3) $f(x) = \dfrac{4}{x-1}$ cuando x=1

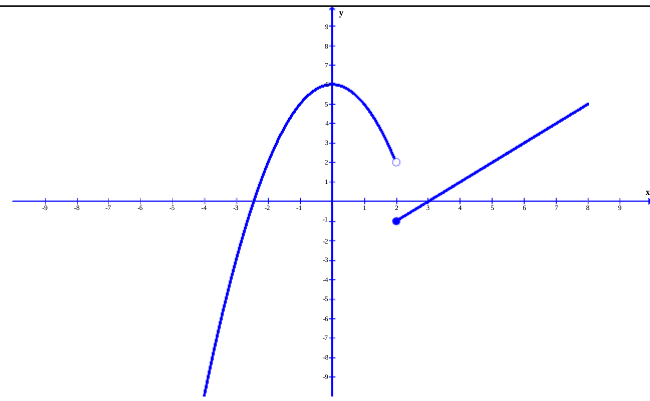
4) $f(x) = \dfrac{x}{|x|}$ cuando x=0

5) $f(x) = 7$ cuando x=-3

LÍMITES Y CONTINUIDAD INTERPRETADOS EN UNA GRAFICA

PROBLEMAS RESUELTOS

A partir de la grafica determina los limites e indica la función es continua o el tipo de discontinuidad que presenta

$\lim_{x \to 2^-} f(x)$ $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ $\lim_{x \to 2} f(x)$ F(2)= ¿La función es continua en x=2 por qué?	

Para este tipo de problemas no es necesario hacer calculo, se resuelven de manera visual

Paso 1 Observa la grafica y ubica el valor al cual se acerca x, en este caso 2

Paso 2 Ubica las graficas a la izquierda y derecha de ese valor

Paso 3 Sigue la grafica para cada extremo y observa a que valor se acerca y cuando x se acerca a 2 por la izquierda y por la derecha

Paso 4 Observa la grafica y aplica el teorema sobre la existencia de los limites y sobre continuidad en una función

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2$$

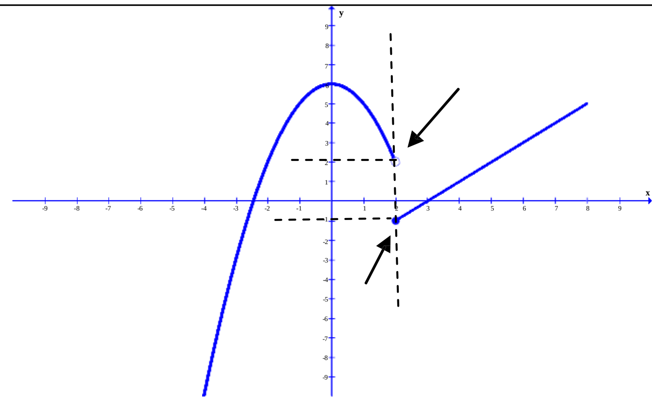
$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \to 2} f(x) = NO\,EXISTE$$

F(2)= -1

¿La función es continua en x=2 por qué?

NO PORQUE LOS LIMITES UNILATERALES SON DIFERENTES. LA FUNCION PRESENTA UNA DISCONTINUIDAD DE SALTO



Si x se aproxima a 2 por la izquierda f(x) se aproxima a 2, pero si se aproxima por la derecha f(x) se aproxima a -1, entonces el limite de la función no existe porque sus limites unilaterales son diferentes y automáticamente al no existir el limite tampoco existe la continuidad

EJERCICIOS PROPUESTOS

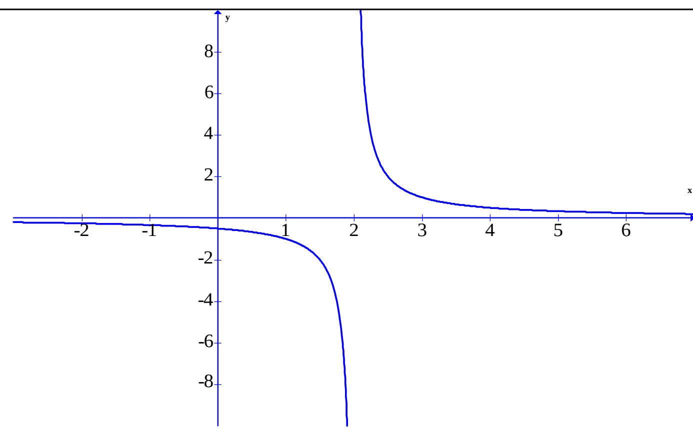
1.-

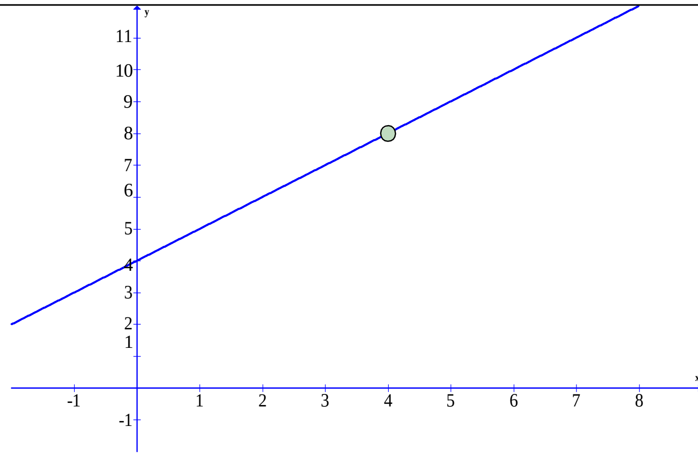
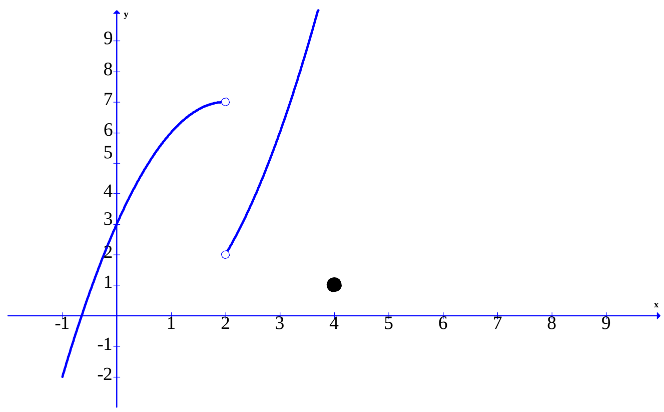
$$\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{x-2}$$

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{1}{x-2}$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{1}{x-2}$$

¿La función es continua por qué?



2.- $\lim\limits_{x \to 4^-} \frac{x^2 - 4}{x - 4}$ $\lim\limits_{x \to 4^+} \frac{x^2 - 4}{x - 4}$ $\lim\limits_{x \to 4} \frac{x^2 - 4}{x - 4}$ ¿La función es continua por qué?	
3.- $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$ $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ $f(4) =$ ¿La función es continua por qué?	
4.- $\lim\limits_{x \to -4^-} f(x)$ $\lim\limits_{x \to -4^+} f(x)$ $\lim\limits_{x \to -4} f(x)$ $f(4) =$ ¿La función es continua por qué?	

PROBLEMAS DE APLICACIÓN DE LOS LÍMITES

Resuelve los siguientes problemas

1.-Se lanza una pelota hacia el aire con una velocidad de 20m/s, su altura (en metros) después de t segundos se expresa con $h(t)=20t-5t^2$ Encuentra

a) Su altura cuando t= 2 segundos

b) $\lim_{t \to 2} \frac{h(t)-h(2)}{t-2}$ y su significado

2.-Un grupo de estudiantes de bachillerato encontró que el costo (en pesos) de eliminar x% de contaminantes del aire arrojados por un complejo industrial, viene modelado por

$$C(x) = \frac{1000000x}{100-x}$$

a) Halla el costo de eliminar 90% de los contaminantes

b) Halla el limite C(x) cuando $x \to 100$

3.-Una pequeña empresa ha encontrado que el costo (en pesos) de producir x artículos es $C(x)=100+5x+x^2$
En relación con esta ecuación encuentra

a) El costo de producir 10 artículos

b) $\lim_{x \to 10} \frac{C(t)-C(10)}{x-10}$

BLOQUE III CALCULAS, INTERPRETAS Y ANALIZAS RAZONES DE CAMBIO EN FENÓMENOS NATURALES, SOCIALES, ECONÓMICOS y ADMINISTRATIVOS

Desempeños del estudiante al concluir el bloque

Calcula e interpreta el valor representativo de un proceso o fenómeno económico, social o natural en función del tiempo, mediante la resolución de problemas del contexto real.

Analiza y resuelve problemas matemáticos que modelan razones de cambio para cuantificar el cambio físico, químico, biológico, económico, entre otros, después de transcurrido un tiempo.

DEMOSTRACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA Y NOTACIÓN DE LA DERIVADA

Investiga los siguientes temas. Te puedes apoyar en la bibliografía anexa al final de la guía

1.-¿Que es una derivada?

2.-¿Cual es la notación de las derivadas?

3.- A partir de la demostración geométrica de la derivada, indica cual es la formula general de la derivada

FORMULAS PARA DERIVAR FUNCIONES ALGEBRAICAS Y SUS APLICACIONES

FORMULARIO PARA DERIVADAS		
$f(x)=C$ $f'(x)=0$	$f(x)=uw$ $f'(x)=uf'(w)+wf'(u)$	$f(x)=senx$ $f'(x)=\cos x$
$f(x)=x$ $f'(x)=1$	$f(x)=\frac{u}{w}$ $f'(x)=\frac{wf'(u)-[uf'(w)]}{w^2}$	$f(x)=\tan x$ $f'(x)=\sec^2 x$
$f(x)=Cx$ $f'(x)=C$	$f(x)=e^u$ $f'(x)=e^u u'$	$f(x)=\sec x$ $f'(x)=\sec x\tan x$
$f(x)=x^n$ $f'(x)=nx^{n-1}$	9) $f(x)=\log u$ $f'(x)=\frac{1}{u}u'$	$f(x)=\cot x$ $f'(x)=-\csc x\cot x$
$f(x)=cx^n$ $f'(x)=cnx^{n-1}$	$f(x)=\cos x$ $f'(x)=-senx$	$f(x)=\csc x$ $f'(x)=-\csc^2 x$

PROBLEMAS RESUELTOS

1) $f(x)=x^5+7x^3-2x+6$

PASO 1

Aplicar las formulas básicas de derivación. Recuerda que cuando derivas a todos los exponentes del restas la unidad

$$f(x)=x^5+7x^3-2x+6$$

$$f'(x)=5x^{5-1}+7(3)x^{3-1}-2x^{1-1}+6(0)$$

$$f'(x)=5x^4+21x^2-2+0$$

2) $f(x)=3x^2-\sqrt{x}+\frac{2}{5x^4}$

PASO 1

Aplicar leyes de los exponentes para cambiar la raíz por su respectiva potencia y cambiar la x del denominador al numerador

$$f(x) = 3x^2 - \sqrt{x} + \frac{2}{5x^4} \quad = \quad 3x^2 - x^{1/2} + \frac{2x^{-4}}{5}$$

PASO 2

Aplicar las formulas de las derivadas

$$f(x) = 3x^2 - x^{1/2} + \frac{2x^{-4}}{5}$$

$$f'(x) = 6x - \frac{1x^{-1/2}}{2} \square \frac{8x^{-5}}{5}$$

PASO 3

Simplificar y aplicar las leyes de los exponentes

$$f'(x) = 6x - \frac{1x^{-1/2}}{2} \square \frac{8x^{-5}}{5}$$

$$f'(x) = 6x - \frac{1}{2\sqrt{x}} \frac{8x^3}{5}$$

3) $f(x) = (9x-6)(8x^2+5)$

Paso 1 Aplica la fórmula para derivar funciones que tienen como principal operación la multiplicación

$$f(x) = uw$$
$$f'(x) = uf'(w) + wf'(u)$$

$$f(x) = (9x-6)(8x^2+5)$$

$$f'(x) = (9x-6)(16x) + (8x^2+5)(9)$$

Paso 2 Realiza las operaciones de multiplicación y simplificación

$$f'(x) = (9x-6)(16x) + (8x^2+5)(9)$$

$$f'(x) = 144x^2 - 96x + 72x^2 + 45 = 216x^2 - 96x + 45$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Encuentra la derivada de las siguientes funciones

1) $f(x)=x^5+7x^3-2x+6$

2) $f(x)=x^4+7x-8x^7$

3) $f(x)=9x^3+2x+5$

4) $f(x)=3x^6-\frac{3x^4}{5}+x$

5) $f(x)=6x^3-2x+\frac{4}{3}$

6) $f(x)=\frac{x}{4}+\frac{x^7}{6}-\frac{3x}{5}$

7) $f(x)=\frac{2}{x^4}+7x-2$

8) $f(x)=\frac{4}{5x}-\frac{3x^6}{7}+\frac{1}{2}$

9) $f(x)=7x^5-\frac{2}{x^8}+3x$

10) $f(x)=\frac{3}{7x^4}+\frac{8}{x^3}-7$

11) $f(x)=3x^2-\sqrt{x}+\frac{2}{5x^4}$

12 $f(x)=\frac{\sqrt[3]{x}}{7}+5x-6$

13) $f(x)=\frac{5}{7x^3}-\sqrt{x^5}+\frac{10x^6}{7}$

14) $f(x)=(9x-6)(8x^2+5)$

15) $f(x)=(x+x^5)(2x+6)$

16) $f(x)=(7+x^3)(4x^2+5)$

17) $f(x)=(7x^4+2)(x^6+2)$

18) $f(x)=\frac{5x+2}{x^2-7}$

19) $f(x)=\frac{8+x^2}{x-7}$

20) $f(x)=\frac{x^4-5}{x^2-3}$

FORMULAS PARA DERIVAR FUNCIONES TRASCENDENTALES Y SUS APLICACIONES

EJERCICIOS PROPUESTOS

Encuentra la derivada de las siguientes funciones

1) $f(x)=senx$

2) $f(x)=\frac{5\cos x}{6}$

3) $f(x)=\cos x senx$

4) $f(x)=In|x|$

5) $f(x)=\frac{2e^x}{7}$

6) $f(x)=\frac{\tan x}{7x-2}$

7) $f(x)=4x\sec x$

8) $f(x)=3x-\cos x+x$

9) $f(x)=\frac{senx}{\cos x}$

10) $f(x)=\frac{7senx}{\tan x}$

REGLA DE LA CADENA Y SUS APLICACIONES

La regla de la cadena es un procedimiento utilizado para derivar funciones compuesta.

PROBLEMAS RESUELTOS

Encuentra la derivada de la función compuesta

1) $f(x)=(7x-5)^4$

PASO 1 Aplica la regla de la cadena. El exponente principal multiplica al numero fuera de paréntesis en este caso es 1, al exponente se le resta 1 y lo anterior se multiplica por la derivada de los números que se encuentran dentro de los paréntesis

1) $f'(x) = 4(7x-5)^3(7)$

PAO 2 Multiplicar y si es necesario simplificar

1) $f'(x) = 28(7x-5)^3$

2) $f(x) = \dfrac{4}{5(2x+9)^6}$

PASO 1 Aplica las leyes de los exponentes

$$f(x) = \frac{4}{5(2x+9)^6} = \frac{4(2x-9)^{-6}}{5}$$

PASO 2 Aplica la regla de la cadena

$$f'(x) = \frac{-24(2x-9)^{-7}(2)}{5}$$

PASO 3 Multiplicar y si es posible simplificar

$$f'(x) = \frac{-48(2x-9)^{-7}}{5}$$

PASO 4 Aplicar leyes de los exponentes para que todas las potencias sean positivas

$$f'(x) = \frac{-48}{5(2x-9)^7}$$

3) $f(x) = 3senx^2$

PASO 1 Aplica la regla de la cadena, debes usar las formulas para derivar funciones trigonométricas

$$f'(x) = 3\cos x^2(2x)$$

PASO 2 Realizar las multiplicaciones necesarias

$$f'(x) = 6x\cos x^2$$

SEP SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA — DGB

PROBLEMAS PROPUESTOS

Aplica la regla de la cadena para encontrar la derivada de las siguientes funciones compuestas

1) $f(x)=(2x-6)^4$

2) $f(x)=3(x^5+7)^4$

3) $f(x)=2(x+1)^3$

4) $f(x)=\dfrac{2}{(x^4+5x)^7}$

5) $f(x)=\dfrac{3}{5(8x+2)^6}$

6) $f(x)=\dfrac{1}{(x-6)^7}$

7) $f(x)=\sqrt{(9x^5+6)}$

8) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{(x^4+5x)}}{2}$

9) $f(x)=\dfrac{4}{\sqrt{(2x+3)}}$

10) $f(x)=sen5x$

APLICACIÓN DE LAS DERIVADAS

APLICACIONES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE VELOCIDAD Y ACELERACION

1.- Una partícula se mueve a lo largo de una recta horizontal de acuerdo con la ecuación de movimiento $s=t^2-6t+5$ donde s se mide en centímetros y t en segundos. Encuentra

a) La velocidad instantánea en t segundos

b) El valor de t para una velocidad instantánea igual a cero

c) Los valores de t en que la velocidad es positiva o negativa

d) Dibuja la trayectoria de la partícula

2.- Si se lanza un proyectil verticalmente hacia arriba a una velocidad de 96 m/seg su distancia s en metros sobre el suelo después de t segundos se expresa por $s=f(t)=96t-16t^2$ Encuentra

a) La velocidad instantánea del proyectil para t=1,t=3,t=5

b) La aceleración del proyectil cuando t=1 y t=3

c) El tiempo en el cual el proyectil alcanza su máxima altura

d) La altura máxima del proyectil

e) El tiempo que tarda el proyectil en llegar al suelo

d) La velocidad instantánea del proyectil cuando llega al suelo

3.- Si se arroja una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 40 m/seg, la ecuación de movimiento es $s=48t-16t^2$; s es el numero de metros en la distancia de la pelota desde su punto de partida en t segundos y la dirección positiva es hacia arriba. Encuentra

a) La velocidad instantánea de la pelota para t=1,t=2

b) La aceleración del proyectil cuando t=1 y t=2

c) El tiempo en el cual la pelota alcanza su máxima altura

d) La altura máxima de la pelota

e) El tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo

d) La velocidad instantánea de la pelota cuando llega al suelo

4.- Una partícula se mueve a lo largo de una recta horizontal de acuerdo a la ecuación $s=2t^2-3t$ Encuentra

a) La velocidad instantánea de la partícula a los t segundos

b) La velocidad instantánea a los t=2 y t=5

c) La aceleración instantánea de la partícula a los t segundos

d) La aceleración instantánea a los t=1 y t=3

BLOQUE IV CALCULAS E INTERPRETAS MÁXIMOS Y MÍNIMOS APLICADOS A PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

Desempeños del estudiante al concluir el bloque
Calcula máximos y mínimos en funciones algebraicas y trascendentes aplicando métodos algebraicos.

CRITERIO DE LA PRIMERA DERIVADA. CALCULO DE PUNTOS MAXIMOS Y MINIMOS, INTERVALOS CRECIENTES Y DECRECIENTES

Investiga que es y cuál es el procedimiento para aplicar el criterio de la primera derivada

PROBLEMAS RESUELTOS
Aplica el criterio de la primera derivada y para cada función encuentra lo siguiente

a) Puntos críticos
b) Intervalos crecientes y decrecientes
c) Puntos máximos y/o mínimos
d) Con los datos anteriores grafica la función

$f(x)=12x-x^3$

Pasó 1 Deriva la función
$f'(x)=12-3x^2$

Paso 2 Encuentra los puntos críticos igualando la derivada a cero y despejando x $12-3x^2=0$
$x=\pm 2$

Paso 3 Con ayuda de los puntos críticos indica cuales son los intervalos en que se divide la función (α-,-2)(-2,2)(2,α+)

Paso 4 Elige un numero de cada intervalo llamado k (α-,-2) el numero -3

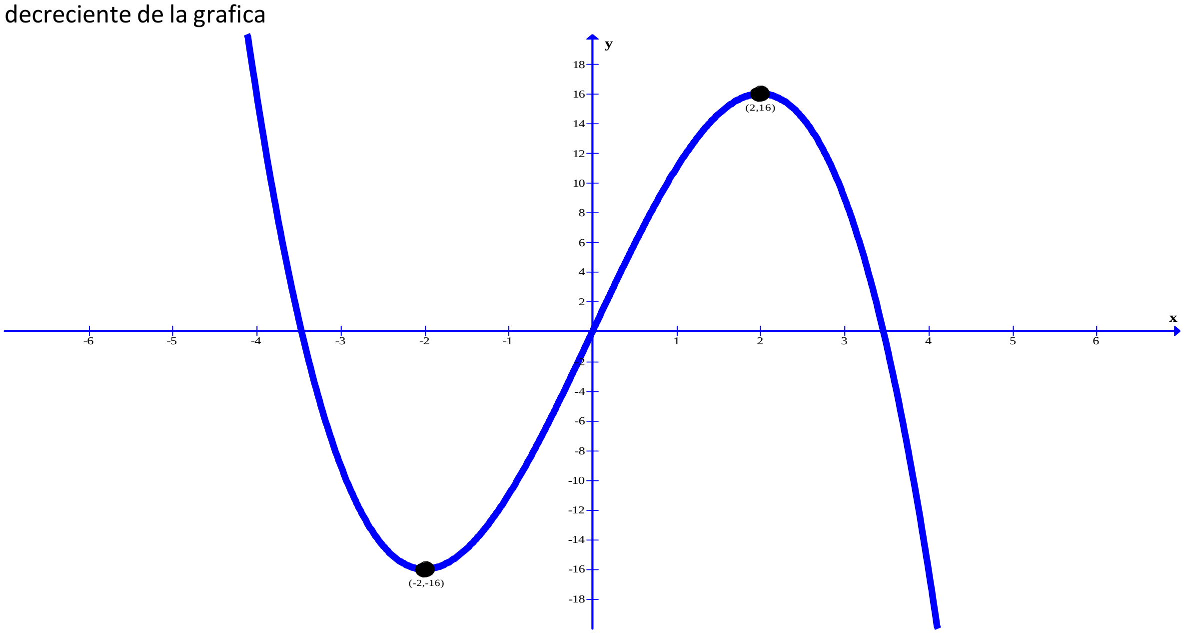
(-2,2) el numero 0
(2,α+) el numero 3

Paso 5 Sustituye el numero que elegiste en f’(x) (α-,-
2) el numero -3
$f'(-3)=12-3(-3)^2=-15$
(-2,2) el numero 0
$f'(0)=12-3(0)^2=12$
(2,α+) el numero 3
$f'(3)=12-3(3)^2=-15$

Paso 6 Aplica el criterio de la primera derivada
f’(k) >0 Intervalo creciente
f’(k) <0 Intervalo decreciente (α-,-
2) el numero -3
$f'(-3)=12-3(-3)^2=-15$ Intervalo decreciente
(-2,2) el numero 0
$f'(0)=12-3(0)^2=12$ Intervalo creciente
(2,α+) el numero 3
$f'(3)=12-3(3)^2=-15$ Intervalo decreciente

Paso 7 Sustituye los puntos críticos en f(x) para encontrar los máximos y mínimos $f(x)=12x-x^2$
$f(-2)=12(-2)-(-2)^3=-24+8=-16$ Punto mínimo (-2,-16)
$f(2)=12(2)-2^3=24-8=16$ Punto máximo (2,16)

Paso 8 Grafica los intervalos ubicando los puntos máximos y/o mínimos y siguiendo la tendencia creciente o decreciente de la grafica



a) Puntos críticos -2 y 2
b) Intervalos crecientes y decrecientes Crecientes (-2,2) Decrecientes (α-,-2)U(2,α+)
c) Puntos máximos y/o mínimos Máximo (2,16) Mínimo (-2,-16)
d) Con los datos anteriores grafica la función Grafica de arriba

1) $f(x)=x^2-4x$

2) $f(x)=2x^3-24x$

Bibliografía

- Martínez de G., Mayra et al. (2009). Cálculo diferencial e integral. México: Santillana.
- Mazón, R. José, M. (1997). Cálculo diferencial. México: McGraw-Hill.
- Mora V., Emiliano y del Río F., M. (2009). Cálculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas. México: Santillana.
- Ortiz C. F. J. (2007). Cálculo Diferencial. México: Grupo Editorial Patria.
- Salazar, G., Bahena R. y Vega H., (2007). Cálculo Diferencial. México: Grupo Editorial Patria.
- COMPLEMENTARIA:
- Stewart, James. (2007). Cálculo Diferencial e Integral. México: CENGAGE Learning.
- Stewart, James. (2010). Cálculo Conceptos y Contextos. México: CENGAGE Learning.
- Larson, R., et al. (2002). Cálculo diferencial e integral. México: McGraw-Hill.

ELECTRÓNICA:
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Optimizacion_de_funciones/optimizacion.htm
http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/UnidadesDidacticas/39-1-u-continuidad.html
http://www.figueraspacheco.com/LBOTELLA/Geom/Fractals/fractals.htm#cons
http://mx.answers.yahoo.com/question/index?qid=20081006202330AAxx5Xy
http://ima.ucv.cl/lianggi/CD%20VIDEOS/index.htm
http://www.fisica.uson.mx/manuales/mecanica/mec-lab04.pdf
http://www.angelfire.com/de/calculus65/leibniz.html
http://www.google.com.mx/libros