

2017



SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
DIRECCIÓN GENERAL DEL BACHILLERATO
CENTRO DE ESTUDIOS DEL BACHILLERATO 4/2
LIC. JESUS REYES HEROLES

Guía para elaborar el PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO DE Cálculo integral

Válido para el periodo de Exámenes Intrasemestrales 2017-B

IMPORTANTE:

- **ES OBLIGATORIO PRESENTAR ESTA GUÍA CONTESTADA PARA TENER DERECHO A PRESENTAR EL EXAMEN EXTRAORDINARIO.**
- **La guía deberá presentarse y ser aceptada por el docente que aplicará el examen antes que el alumno haga cualquier trámite o pago.**
- **La guía deberá presentarse contestada en un cuaderno profesional cuadro grande**



❖ OBJETOS DE APRENDIZAJE:

UNIDAD I DIFERENCIALES E INTEGRAL INDEFINIDA

1.1 LA DIFERENCIAL

- Definiciones de $f \Delta x$
- Interpretación gráfica de dy
- Reglas de la diferenciación
- La diferenciación como aproximación del incremento
- Errores pequeños

1.2 LA INTEGRAL INDEFINIDA

- Antiderivadas
- Constante de Integración
- La integral definida y las reglas para la integración inmediata de diferenciales algebraicas, exponenciales y trigonométricas

UNIDAD II INTEGRAL DEFINIDA Y LOS METODOS DE INTEGRACIÓN

INTEGRAL DEFINIDA

- La notación de sumatoria
- Área limitada por la gráfica de una función continua
- Concepto de integral definida mediante sumatorias de Riemann

TECNICAS DE INTEGRACION

- Cambio de variable

UNIDAD III TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO Y LAS APLICACIONES DE LA INTEGRAL DEFINIDA

EL TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CALCULO

- Área y área entre dos graficas

APLICACIONES DE LA INTEGRAL DEFINIDA

- En situaciones de las ciencias naturales y sociales

❖ PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS.

Una de las opciones establecidas para la acreditación por evaluación extraordinaria son los exámenes individuales, comúnmente conocidos como exámenes extraordinarios, al respecto los lineamientos oficiales nos indican:

Con el propósito de promover la autonomía académica de los estudiantes que soliciten esta opción, deberán presentar un Portafolio con las evidencias que demuestren su preparación, ya sea de forma autodidacta o con el apoyo de un tutor. El Portafolio de evidencias será un requisito para la presentación del examen y no será considerado para la calificación final.

Dirección General de Bachillerato. (2013). *Lineamientos para evaluación extraordinaria*. México: SEP

Prof.: Juan Domínguez Martínez

Para los casos en que la presente guía sea utilizada para integrar el portafolio de evidencias para evaluación extraordinaria, el alumno deberá de considerar que el portafolio de evidencias debe cubrir determinadas características para que sea aceptado. Las características requeridas son:

1. **Elaborada en un cuaderno profesional cuadro grande, (de 90 o de 100 hojas)**
2. **Portada:**
 - En la pasta frontal y en la primera hoja del cuaderno el alumno deberá de incluir la siguiente información:
 - Encabezado: Centro de Estudios de Bachillerato 4/2 "Lic. Jesús Reyes Heróles"
 - Nombre de la unidad de Aprendizaje Curricular: (Nombre de la asignatura)
 - Título: Portafolio de Evidencias para Evaluación Extraordinaria
 - Nombre del alumno:
 - Matrícula:
 - Grupo: (anotar el grupo donde actualmente se encuentra, o "Baja Temporal" o "Ex-alumno", según sea el caso)
 - Fecha de entrega: (fecha en que se presentará el examen)
3. **Problemas resueltos a mano sobre hojas de block o de carpeta.**
 - **No se aceptará que los problemas sean resueltos sobre copias de la presente guía, los problemas tendrán que ser resueltos a mano.**
 - **No se aceptarán copias de los problemas resueltos, el alumno deberá de entregar el documento original donde resolvió los problemas.**
 - La resolución de los problemas deberá de incluir el proceso completo de solución. **No se aceptarán que los alumnos solo copien el ejercicio y subrayen el resultado, aunque las soluciones hayan sido realizadas en otro cuaderno o en otras hojas.**
 - **En los problemas con incisos el alumno deberá de incluir el proceso de solución, Indicar la solución sin un proceso que lo respalde no será válido.**

AVISOS:

1. La presentación del portafolio de evidencias es un requisito obligatorio para tener derecho a la presentación del examen.
2. El portafolio de evidencias deberá ser entregado con anticipación para su revisión y en su caso aprobación.
3. El portafolio de evidencias no aporta ningún punto a la calificación de la evaluación extraordinaria, ni obliga a la coordinación u a los profesores encargados de la calificación a aprobar al alumno.
4. El portafolio de evidencias debe ser realizado por el alumno como una estrategia de estudio y preparación para su examen extraordinario, se recomienda a los padres NO permitir que otros estudiantes, asesores u organizaciones conteste la guía en lugar del alumno.

Prof.: Juan Domínguez Martínez

5. NO SE DEVOLVERÁ NINGÚN PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS QUE HAYA SIDO ACEPTADO PARA LA PRESENTACIÓN DE LA EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA.

sin importar si el estudiante o el padre o tutor pagó a otros estudiantes, asesores u organizaciones para contestar la guía en lugar del alumno a ser evaluado.

NO SE ACEPTARÁ COMO PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS

- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none">▪ Hojas sueltas▪ Hojas engrapadas▪ Cuadernos de apuntes (aunque dentro de ellos se encuentre contenido el portafolio) | <ul style="list-style-type: none">▪ Sobres con o sin nombre▪ Sobres porta micas con hojas sueltas o engrapadas▪ Folders de cartón▪ Folders de plástico |
|---|---|

❖ REQUISITOS PARA PRESENTACIÓN DE EXÁMENES EXTRAORDINARIOS

1. Presentarse con identificación vigente (credencial de la escuela o del IFE)
2. Asistir usando uniforme
3. No existe tolerancia de tiempo
4. No se realizarán dos exámenes el mismo día a la misma hora (elegir aplicar exámenes de las asignaturas que no se empalmen con otros exámenes).
5. Presentarse con el portafolio de evidencias que cumpla con los requisitos descritos.

AVISO IMPORTANTE

La presente guía te ofrece algunos ejemplos del tipo de ejercicios que se abordan en el examen extraordinario, están divididos en temas, los temas representan preguntas del examen. Contesta cada uno de ellos y determina en cuales temas tienes dificultades para que consultes con tu profesor. Te sugerimos apoyarte en tu libro de texto donde los contenidos vistos en el semestre están desarrollados de manera más extensa.

Investiga los siguientes temas

1. ¿Cuáles son las aplicaciones del cálculo integral?
2. ¿A qué se llama integral indefinida?
3. ¿Cuál es la diferencia entre una integral indefinida y una definida?
4. ¿Cita y explica el teorema fundamental del cálculo?

Prof.: Juan Domínguez Martínez

5. ¿A qué se le llama función primitiva?

6. ¿A qué se le llama constante de integración?

7.-Calcula el incremento de Δy

La fórmula para encontrar los incrementos Δy es:

$$\Delta y = F(x_1 + \Delta x) - F(x_1)$$

Podemos tener dos casos

a) Calcula Δy para cualquier valor de Δx

EJEMPLO

Calcula Δy para cualquier valor de Δx en la siguiente función:

$$F(x) = 2x^2 - 5x$$

Paso No. 1

Aplicando la fórmula para Δy ; tenemos:

$$\Delta y = 2(x_1 + \Delta x)^2 - 5(x_1 + \Delta x) - [2x_1^2 - 5x_1]$$

Nota: Recuerda que para aplicar la fórmula únicamente tienes que sustituir; es decir, cambiar las "x" de tu función por lo indicado en cada parte de la fórmula. Si separamos la fórmula tenemos: $F(x_1 + \Delta x)$: en lugar de las "x" hay que colocar $x_1 + \Delta x$ entonces tendremos $2(x_1 + \Delta x)^2 - 5(x_1 + \Delta x)$

$F(x_1)$: En lugar de las "x" hay que colocar " x_1 " entonces tendremos:

$$2x_1^2 - 5x_1$$

Paso No. 2

Realiza todas las operaciones algebraicas y/o aritméticas necesarias.

$$\Delta y = 2(x_1^2 + 2x_1\Delta x + \Delta x^2) - 5x_1 + 5\Delta x - 2x_1^2 + 5x_1$$

Nota: En este paso $(x_1 + \Delta x)$ se elevó al cuadrado, se multiplico 5 por $(x_1 + \Delta x)$ y se multiplico el signo (-) que está afuera del corchete por los signos que están dentro del corchete.

$$\Delta y = 2x_1^2 + 4x_1\Delta x + 2\Delta x^2 - 5x_1 + 5\Delta x - 2x_1^2 + 5x_1$$

Nota: En este paso se multiplico el 2 por cada término que se encuentra dentro del paréntesis.

$$\Delta y = 4x_1\Delta x + 2\Delta x^2 - 5\Delta x$$

Nota: Se simplifica y tenemos el resultado.

b) Calcular Δy para valores de x_1 y x_2

Para este caso tenemos que sustituir x_1 en todas las "x" que se encuentran en el resultado de Δy . Calculamos también Δx con $\Delta x = x_2 - x_1$ y sustituimos este valor.

EJEMPLO

¿Cuál es el Δy cuando:

$x_1 = 2$ $x_2 = 2.1$ De la ecuación anterior.

$$\Delta y = 4x_1\Delta x + 2\Delta x^2 - 5\Delta x$$

$$x_1 = 2$$

$$\Delta x = 2.1 - 2 = 0.1$$

Sustituimos

$$\Delta y = 4(2)(0.1) + 2(0.1)^2 - 5(0.1)$$

$$\Delta y = 0.8 + 0.02 - 0.5$$

$$\Delta y = 0.32$$

EJERCICIOS

7.1 Sea $y = 3x^2 - 5$

a) Calcula el incremento Δy para cualquier incremento Δx

Prof.: Juan Domínguez Martínez

b) Para la misma ecuación calcula Δy cuando x cambia de 2 a 2.1

7.2 Sea $y = x^3$

a) Calcula el incremento Δy correspondiente a un incremento Δx

b) Para la misma ecuación, calcula Δy cuando

$$X_1 = 1 \text{ y } \Delta x = 0.02$$

7.3 Sea $y = 5x$

a) Calcula el incremento Δy correspondiente a un incremento Δx

7.4 Sea $y = -4x+3$

a) Calcula el incremento Δy cuando $X_1 = 2$ y $X_2 = 2.2$

7.5 Sea $y = 2x^2 - 3x$

a) Calcula el incremento Δy correspondiente a cualquier incremento Δx

b) Para la misma ecuación; calcula el incremento Δy cuando $X_1 = 1$ y $\Delta x = 0.1$

8.- Investiga que es una diferencial y cuál es su notación

9.- Resuelve las siguientes diferenciales

Una diferencial está indicada como " dy " (diferencial de " y ") y " dx " (diferencial de " x ").

Para calcularlas se usan las siguientes formulas:

a) $dy = f'(x)dx$; donde $f'(x)$ es la derivada de la función

b) $dx = X_2 - X_1$

Nota: La derivada es un tema que se estudia en Cálculo diferencial (Matemáticas V), si no recuerdas como calcular una derivada puedes apoyarte en un formulario para derivar que puedes encontrar en cualquier libro de Calculo Diferencial.

EJEMPLO

a) Sea $f(x) = 9x^2 + 7$

Encuentra la diferencial dy para cualquier valor dx

Para resolver la diferencial tienes que calcular la derivada de la función

$$F'(x) = 18x$$

De acuerdo a la formula $dy = f'(x)dx$; la derivada la multiplicas por dx y el resultado es

$$dy = 18x dx$$

b) Sea $f(x) = 3x^3 - x^2 + 5$

Encuentra la diferencial dy para $x_1 = 2$ y $x_2 = 2.1$

Encontramos dy como en el ejemplo anterior

$$dy = f'(x)dx$$

$$dy = (9x^2 - 2x)dx$$

Calculamos el valor de dx ; ya que no está presente como dato

$$dx = X_2 - X_1$$

$$dx = 2.1 - 2 = 0.1$$

Sustituimos el valor de x_1 y el valor de dx en dy

$$dy = (9x^2 - 2x)dx$$

$$dy = (9(2)^2 - 2(2)) (0.1)$$

$$dy = (36 - 4) (0.1)$$

$$dy = (32)(0.1)$$

$$dy = 3.2$$

EJERCICIOS

9.1 Sea $f(x) = 7x^5 - 4x^3 - 2$

a) Encuentra la diferencial dy para cualquier valor de dx

9.2 Sea $f(x) = (2x^3 - 3)(4x+1)$

a) Encuentra la diferencial dy cuando $x_1 = 2$ y $dx = 0.1$

9.3 Sea $f(x) = (5-x)^3$

a) Encuentra la diferencial dy para cualquier valor dx

9.4 Sea $f(x) = x - \sqrt{x} + 3$

a) Encuentra la diferencial dy para cualquier valor dx

b) De la ecuación anterior; calcula dy cuando $x_1 = 1$ y $x_2 = 1.1$

9.5 Sea $f(x) = 2x^3 - x^2 + x$

a) Encuentra la diferencial dy para cualquier valor dx

b) De la ecuación anterior; calcula dy cuando $x_1 = 2$ y $dx = 0.1$

10.- Calcula las integrales indefinidas. Utiliza el formulario que se encuentra a continuación

FORMULARIO

$$1) \int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$$

$$10) \int \sec x dx = \ln(\sec x + \tan x) + c$$

$$2) \int a dx = ax + c$$

$$11) \int \sec^2 x dx = \tan x + c$$

$$3) \int \frac{dx}{x} = \ln(x) + c$$

$$4) \int e^x dx = e^x + c$$

$$5) \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$6) \int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$7) \int \cos x dx = \sin x + c$$

$$8) \int \tan x dx = \ln(\sec x) + c$$

$$9) \int \cot x dx = \ln(\sin x) + c$$

$$12) \int \csc x dx = \ln(\csc x - \cot x) + c$$

$$13) \int \csc^2 x dx = -\cot x + c$$

$$14) \int \sec x \tan x dx = \sec x + c$$

$$15) \int \csc x \cot x dx = -\csc x + c$$

Nota: Recuerda que para resolver algunas integrales debes de conocer y manejar las leyes de los exponentes

EJEMPLO

a) Encuentra la integral

$$\int (5x^7 + 3x^2 - x) dx$$

Aplicamos la formula $\int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$ en cada término y tenemos:

$$\int (5x^7 + 3x^2 - x) dx = \frac{5x^{7+1}}{7+1} + \frac{3x^{2+1}}{2+1} - \frac{x^{1+1}}{1+1} + c$$

Realizamos las operaciones y simplificamos

$$\int (5x^7 + 3x^2 - x) dx = \frac{5x^{7+1}}{7+1} + \frac{3x^{2+1}}{2+1} - \frac{x^{1+1}}{1+1} + c = \frac{5x^8}{8} + \frac{3x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + c = \frac{5x^8}{8} + x^3 - \frac{x^2}{2} + c$$

b) Encuentra la Integral

Prof.: Juan Domínguez Martínez

$$\int \left(\frac{7}{x^4} + \frac{2}{3x^3} + \sqrt{x} \right) dx$$

Aplicamos las leyes de los exponentes

$$\int \left(\frac{7}{x^4} + \frac{2}{3x^3} + \sqrt{x} \right) dx = \int \left(7x^{-4} + \frac{2x^{-3}}{3} + x^{1/2} \right) dx$$

Aplicamos la formula $\int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$ en cada término y tenemos:

$$\int \left(7x^{-4} + \frac{2x^{-3}}{3} + x^{1/2} \right) dx = \frac{7x^{-4+1}}{-4+1} + \frac{2x^{-3+1}}{3(-3+1)} + \frac{x^{1/2+1}}{1/2+1} + c = \frac{7x^{-3}}{-3} + \frac{2x^{-2}}{3(-2)} + \frac{x^{3/2}}{3/2} + c$$

Aplicamos las leyes de los exponentes y tenemos el resultado

$$\int \left(\frac{7}{x^4} + \frac{2}{3x^3} + \sqrt{x} \right) dx = -\frac{7}{x^3} - \frac{2}{6x^2} + \frac{2x^{3/2}}{3} + c$$

EJERCICIOS

RESUELVE LAS SIGUIENTES INTEGRALES INDEFINIDAS

10.1 $\int (5x^7 + 3x - \sqrt{x}) dx$

10.2 $\int \left(\frac{5x}{2} + 3x^5 - \frac{2}{x^4} \right) dx$

10.3 $\int (\sqrt{x^2} + 8x^5 - 7x) dx$

10.4 $\int \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{5x^4} + \sqrt{x} \right) dx$

10.5 $\int \left(9x^3 + \frac{x}{2} - 6 \right) dx$

$$10.6 \int \left(4x^3 + \frac{2}{5x^6} + 13 \right) dx$$

$$10.7 \int \left(x - x^2 - \frac{x^3}{3} \right) dx$$

$$10.8 \int \left(4x + \frac{7}{2x^3} + 3\sqrt{x} \right) dx$$

$$10.9 \int \left(\frac{5}{4\sqrt{x^3}} - \frac{6x}{7} + 3 \right) dx$$

$$10.10 \int (7x^4 - 9x + x^2) dx$$

$$10.11 \int \left(8x^4 + \frac{7}{5x^6} + 1 \right) dx$$

$$10.12 \int \left(\frac{2}{x^4} + 3x^2 - 9 \right) dx$$

$$10.13 \int (16x^5 - 20x^3 + x) dx$$

$$10.14 \int \left(\frac{7}{6} - \frac{7}{6x^2} + \frac{7}{6x^3} \right) dx$$

$$10.15 \int \left(9x^4 + \frac{2x^3}{5} - 5 \right) dx$$

$$10.16 \int (7x^4 + x^3) dx$$

$$10.17 \int \left(19x^3 + \frac{2x^4}{9} \right) dx$$

$$10.18 \int (\sqrt{x^3} + 4\sqrt{x^5} - 2) dx$$

$$10.19 \int \left(\frac{\sqrt[3]{x^4}}{2} \right) dx$$

$$10.20 \int \left(\sqrt{x} + \frac{8x}{3} - 8 \right) dx$$

11.- Investiga cual es el procedimiento para integrar funciones con el método de sustitución

12.- Con ayuda del método de sustitución integra las siguientes funciones

EJEMPLO

$$a) \int \frac{7x^2(4x^3+2)^4}{2} dx$$

Paso No. 1

Sustituir el término que presenta la variable con el mayor exponente por la nueva variable llamada "u"

Entonces para este ejemplo el termino con el exponente más alto es $(4x^3+2)$ por lo tanto

$$u = (4x^3+2)$$

Paso No. 2

Sabiendo que $dx = \frac{du}{f'(u)}$; calculamos el valor de dx para esta función

$$\text{Si } f'(u)=12x^2 \text{ entonces } dx = \frac{du}{12x^2}$$

Paso No. 3

Hacemos la sustitución de "u" y el valor de "dx" en la función

$$\int \frac{7x^2(4x^3+2)^4}{2} dx = \int \frac{7x^2(u)^4}{2 \cdot 12x^2} du$$

$$u = (4x^3+2)$$

$$dx = \frac{du}{12x^2}$$

Como puedes observar en esta sustitución puedes eliminar las x^2 y nos quedara

$$\int \frac{7x^2(4x^3+2)^4}{2} dx = \int \frac{7x^2(u)^4}{2 \cdot 12x^2} du = \int \frac{7(u)^4}{2 \cdot 12} du$$

$$u = (4x^3+2)$$

$$dx = \frac{du}{12x^2}$$

Multiplicamos los denominadores y se resuelve la integral con las fórmulas para encontrar la integral indefinida la única diferencia es que en lugar de tener la variable "x" tenemos la variable "u"

$$\int \frac{7x^2(4x^3+2)^4}{2} dx = \int \frac{7x^2(u)^4}{2 \cdot 12x^2} du = \int \frac{7(u)^4}{2 \cdot 12} du = \int \frac{7(u)^4}{24} du = \frac{7u^5}{24(5)} + c =$$

$$u = (4x^3+2) \quad = \frac{7u^5}{24(5)} + c = \frac{7u^5}{120} + c$$

$$dx = \frac{du}{12x^2}$$

Paso No. 4

El resultado está en función de la variable "u", hay que cambiar esta variable por la sustitución que se hizo en el paso 1

$$u = (4x^3+2)$$

Entonces

$$\frac{7u^5}{120} + c = \frac{7(4x^3+2)^5}{120} + c$$

EJEMPLO

$$b) \int \frac{7x^3 \cos x^4}{5} dx$$

Paso No. 1

Sustituir la variable de la función trigonométrica por la nueva variable llamada "u"

Entonces para este ejemplo la variable de la función trigonométrica es x^4 por lo tanto

$$u = x^4$$

Paso No. 2

Sabiendo que $dx = \frac{du}{f'(u)}$; calculamos el valor de dx para esta función

$$\text{Si } f'(u)=4x^3 \text{ entonces } dx = \frac{du}{4x^3}$$

Paso No. 3

Hacemos la sustitución de "u" y el valor de "dx" en la función

$$\int \frac{7x^3 \cos x^4}{5} dx = \int \frac{7x^3 \cos u}{5} \frac{du}{4x^3}$$

$$u = (4x^3+2)$$

$$dx = \frac{du}{4x^3}$$

Como puedes observar en esta sustitución puedes eliminar las x^3 y nos quedara

$$\int \frac{7x^3 \cos x^4}{5} dx = \int \frac{7x^3 \cos u}{5} \frac{du}{4x^3} = \int \frac{7 \cos u}{5} \frac{du}{4}$$

$$u = (4x^3+2)$$

$$dx = \frac{du}{4x^3}$$

Multiplicamos los denominadores y se resuelve la integral con las fórmulas para encontrar la integral indefinida de la función trigonométrica correspondiente, la única diferencia es que en lugar de tener la variable "x" tenemos la variable "u"

$$\int \frac{7x^3 \cos x^4}{5} dx = \int \frac{7x^3 \cos u}{5 \cdot 4x^3} du = \int \frac{7 \cos u}{5 \cdot 4} du = \int \frac{7 \cos u}{20} du = \frac{7 \operatorname{senu}}{20} + c$$

$$u = (4x^3+2)$$

$$dx = \frac{du}{4x^3}$$

Paso No. 4

El resultado está en función de la variable "u" , hay que cambiar esta variable por la sustitución que se hizo en el paso 1

$$u = x^4$$

Entonces

$$\frac{7 \operatorname{senu}}{20} + c = \frac{7 \operatorname{sen} x^4}{20} + c$$

EJERCICIOS

12.1 $\int x(x^2 + 5)^5 dx$

12.2 $\int 4 \operatorname{sen} 8x dx$

12.3 $\int \frac{3x(5x^2 + 8)^4}{4} dx$

12.4 $\int 2e^{4x+2} dx$

12.5 $\int \frac{4x}{5(x^2 + 2)^3} dx$

12.6 $\int \frac{4x \tan 6x^2}{3} dx$

12.7 $\int \frac{dx}{2(3x+5)}$

12.8 $\int \sqrt[3]{(4x+3)} dx$

$$12.9 \int \frac{4}{\sqrt{(2x+5)}} dx$$

$$12.10 \int \frac{7x^2 \cos x^3}{2} dx$$

13.- Calcula el área de las funciones comprendida entre los límites asignados (Integral definida)

Para resolver este tipo de integrales utilizas las fórmulas que usaste para resolver integrales indefinidas y una vez que tengas el resultado vas a evaluarlo en los números que se encuentran en los extremos del símbolo de integración, que se conoce como límites.

Ejemplo

Resuelve la integral definida

$$\int_{-1}^2 \left(\frac{3x^2}{4} - 8x + 10 \right) dx$$

Paso No. 1 Integrar con ayuda de las fórmulas de integración

$$\int_{-1}^2 \left(\frac{3x^2}{4} - 8x + 10 \right) dx = \frac{3x^{2+1}}{4(2+1)} - \frac{8x^{1+1}}{1+1} + 10x + c = \frac{3x^3}{12} - \frac{8x^2}{2} + 10x + c$$

Simplificamos

$$\frac{x^3}{4} - 4x^2 + 10x + c$$

Paso No. 2 Evaluar en los límites. En el resultado se sustituye el valor del límite superior (número que se encuentra arriba del símbolo de integración) y a este resultado se le resta la sustitución por el límite inferior (Número que se encuentra abajo del símbolo de integración)

$$\left[\frac{(2)^3}{4} - 4(2)^2 + 10(2) + c \right] - \left[\frac{(-1)^3}{4} - 4(-1)^2 + 10(-1) + c \right]$$

$$\left[\frac{8}{4} - 4(4) + 10(2) + c \right] - \left[\frac{-1}{4} - 4(1) + 10(-1) + c \right]$$

$$[2 - 16 + 20 + c] - [-0.25 - 4 - 10 + c]$$

$$[6 + c] - [-14.25 + c]$$

$$6+c+14.25-c = 20.25u^2$$

El resultado de la integral definida es $20.25u^2$

Ejercicios

Resuelve la integral definida

$$13.1 \int_0^2 \left(7x^5 + \frac{10}{x^3} - 8 \right) dx$$

$$13.2 \int_{-2}^2 \left(\frac{3x^3}{2} + 10x^2 - 5 \right) dx$$

$$13.3 \int_{-2}^0 (5x - 2)^2 dx$$

$$13.4 \int_{-1}^3 (6x - 4) dx$$

$$13.5 \int_{-1}^1 \left(3x^4 - \frac{5x^2}{3} + \frac{1}{x} \right) dx$$

$$13.6 \int_{-1}^1 (2x^2 - x^3) dx$$

$$13.7 \int_{-3}^{-1} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx$$

$$13.8 \int_0^2 (5x^3 - 3x + 6) dx$$

13.10 $\int_{-2}^0 (3x - 4)^2 dx$

14.- Calcula el área comprendida entre las dos funciones y los límites asignados
EJEMPLO

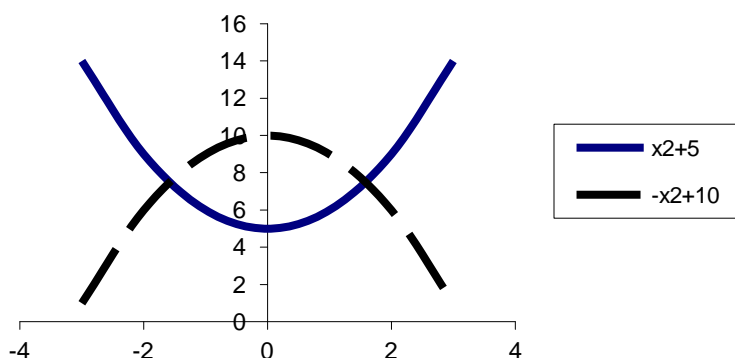
Calcula el área de comprendida entre las siguientes funciones

$$y = x^2 + 5$$

$$y = -x^2 + 10$$

Comprendida entre los límites $x_1 = -1$ y $x_2 = 1$

Paso No. 1 Graficar en el mismo plano coordenado las dos funciones, para ubicar el área a calcular y conocer qué función está arriba del área



Paso No. 2 Integrar la resta de la función que está arriba del área menos la función que está abajo del área. Debes colocar los límites de integración en los extremos del símbolo de integración.

$$\int_{-1}^1 [(-x^2 + 10) - (x^2 + 5)] dx = \int_{-1}^1 [-x^2 + 10 - x^2 - 5] dx = \int_{-1}^1 (-2x^2 + 5) dx = \frac{-2x^3}{3} + 5x + c$$

Paso No. 3. Evaluar en los límites. En el resultado se sustituye el valor del límite superior (número que se encuentra arriba del símbolo de integración) y a este resultado se le resta la sustitución por el límite inferior (Número que se encuentra abajo del símbolo de integración)

$$\int_{-1}^1 [(-x^2 + 10) - (x^2 + 5)] dx = \frac{-2x^3}{3} + 5x + c$$

$$= \left[\left(\frac{-2(1)^3}{3} + 5(1) + c \right) - \left(\frac{-2(-1)^3}{3} + 5(-1) + c \right) \right]$$

$$= \left| \left(\frac{-2}{3} + 5 + c \right) - \left(\frac{2}{3} - 5 + c \right) \right| = (-.66 + 5 + c) - (0.66 - 5 + c) = (4.34 + c) - (-4.34 + c) =$$

$$4.34 + c + 4.34 - c = 8.68$$

EJERCICIOS

14.1 Encuentra el área comprendida entre las dos funciones y los límites señalados

a) $y = 3x + 2$

$$y = x^2 + 5$$

Comprendida entre los límites $x_1 = -1$ $x_2 = 2$

14.2 Encuentra el área comprendida entre las dos funciones y los límites señalados

b) $y = -x^2 - 3$

$$y = x^2 + 3$$

Comprendida entre los límites $x_1 = -1$ $x_2 = 1$

14.3 Encuentra el área comprendida entre las dos funciones y los límites señalados

c) $y = 4x + 1$

$$y = 2x - 8$$

Comprendida entre los límites $x_1 = 0$ $x_2 = 2$

14.4 Encuentra el área comprendida entre las dos funciones y los límites señalados

d) $y = 2x^2 + 5$

$$y = -x^2 + 2$$

Comprendida entre los límites $x_1 = -2$ $x_2 = 0$